

教育部 101 學年度中小學科學教育專案期末報告

計畫名稱：摺紙數學與動態幾何之資優生補充教材編輯與研發

主持人：李政憲

E-mail：jenshian@yahoo.com.tw

共同主持人：

執行單位：新北市林口國中

一、計畫執行摘要

1. 是否為延續性計畫？ 是 否

2. 執行重點項目：

- 環境科學教育推廣活動
- 科學課程教材、教法及評量之研究發展
- 科學資賦優異學生教育研究及輔導
- 鄉土性科學教材之研發及推廣
- 學生科學創意活動之辦理及題材研發

3. 辦理活動或研習會等名稱：

- (1) 新北市林口國中「雙北資優數學社群」工作坊
- (2) 「數學遊戲與數學」、「數學魔術」、「數學步道」、「GSP 四連方分解與組合」、「費氏數列與等比級數」、「話說圓教學」、「學習共同體」及「數學教具課程設計」等外聘講座分享
- (3) 桃園縣山腳國中「摺出黃金、白銀與青銅比例」分享
- (4) 新北市安溪國中「GSP 圓滾圓課程」及「GSP 面積切割課程」分享
- (5) 新北市碧華國中「數學魔術課程」及「神機妙算課程」分享
- (6) 台北市北投國中「摺紙與數學—從生活應用到創意解題」講座
- (7) 2012 認知與數位教學及評量研討會作品展演暨「摺紙中學數學」工作坊與作品展示

4. 辦理活動或研習會對象：新北市林口國中、新北市暨桃園縣數學輔導團暨台北市、新北市、桃園縣、新竹縣市暨屏東縣國中小教師

5. 參加活動或研習會人數：每次工作坊暨講座約 6 至 40 人，共舉辦十二場研習，並對校內外教學、發表與分享逾十場。

6. 參加執行計畫人數：4~8 人（含計畫主持人暨研究助理）

7. 辦理/執行成效：本計畫辦理「雙北區資優數學社群」工作坊，並於新北市林口、安溪與碧華國中及桃園縣山腳國中、台北市北投國中等校進行逾十五次的課程交流（圖 1 至圖 4），陸續於三峽國教院及各縣

市國中小進行課程分享與教學（圖 5 至圖 8），其間更以「摺出無理數」作品參加「101 年數位創意教學設計徵稿」獲優等獎，並指導學生以延伸內容參與新北市科展獲甲等殊榮（圖 9、圖 10）；另外「摺出黃金/白銀比」課程內容，已與出版社合作出版相關文宣手冊及光碟（圖 11、圖 12）。目前完成的六個教案，多數已於新北市、桃園縣及台北市資優課程實作（圖 13 至圖 18）。感謝今年度眾多教授的諮詢與肯定，藉由多元的專家互動，使得所呈現的教材更多樣化（圖 19 至圖 24）。相信摺紙應用於資優數學課程，藉由本計畫的規劃整理，將使更多資優班或有意延伸補充的老師便利與受益，學生多些不一樣的收穫與感動。

二、計畫目的

林福來等（1997）統整國內外有關數學教學的研究，認為「培養數學感」與「診斷教學」是培育數學師資的兩個主軸。其中數學感的目的著眼於數學思維的培養，要發展學生數學化及適當使用數學工具的能力，也就是建立對數學物件的感覺（Shoenfeld，1992）。而數學教學研究也顯示，欲藉由數學活動來發展教學思維，可能需要在素材和解題活動的難度上作適當的調整（鄭英豪，2000）。當今的數學教育，強調從做中學，培養學生帶的走的能力。人類天性好玩，教師如果能善用此種天性，把教學和遊戲加以結合，必能使學生更喜愛上學（饒見維，1996）。數學家已經證明尺規作圖和平面幾何問題，可以透過摺紙、剪紙來學習；而郭慶章、彭良禎老師也曾於師大辦理的「摺紙學數學」工作坊分享摺紙如何應用於生活與考題中，獲得在場數學老師的廣大迴響。可見摺紙運用於數學教學，是可行且重要的；謝怡倫（2009）曾作過研究，以動態幾何軟體（The Geometer's Sketchpad）方式進行教學的學生學習態度與成效頗彰；而李俊儀（2004）的研究更指出高數學成就水準學生，透過動態幾何軟體的學習，除了提昇其學習意願與思考能力外，在學習成就測驗延後測的得分上也顯著較高。

本校於 100 年正式成立數理資優班，有鑑於八年級的數學課程，將

有大量的幾何相關單元引入，為了使資優生在延伸學習的概念上，更加完整與有系統，特別要將摺紙與動態幾何課程結合，配合課程安排進度，來設計與發展此一補充教材。國中階段在 Van Hiele 的幾何思考層次應屬從第二階段的非型式歸納 (Informal Deduction) 進到第三階段的型式歸納 (Formal Deduction)，而其中最關鍵的時間點正是國二。因為國二上學期的乘法公式、根號引進到勾股定理，均已開始使用幾何表徵；而下學期的平面圖形、對稱圖形、尺規作圖、三角形全等與平行與四邊形等內容，更是學習幾何的重要章節，若學生能在上學期的幾何表徵就逐漸熟悉未來要學習的對稱、全等、平行與相似等概念，相信在下學期到九年級正式學習幾何相關概念時，將更容易上手，也有更充份的時間思考與研究；而透過摺紙活動與動態幾何軟體的學習與實作，正是作為這個階段幾何學習時，極為適合的工具。

本計畫預定進行的教材編輯與研發工作，包括教學簡報的完整製作，教學過程的流程說明，到實際教學的施作與學生回饋或評量。研發過程將由教師社群定期討論與試做後，修訂相關教學檔案，編撰成冊或製作數位光碟，並放置網路平台以供各校教師間流通使用。

三、研究方法

筆者在前兩年執行科教專案計畫《摺紙數學與資訊融入教學之課程研發、實作與推廣》製作了為數不少的教學檔案，然而執行時常會因為多數操作需具備基礎數學先備知識、中學數學學習易受進度暨考試壓力限制而受限，常常無法完整呈現預定教學內容。為了培養資優生主動學習，深入探索研究的目的，遂配合教學進度，挑選部份已經完成的簡報，增加教學流程的說明與設計課間或課後練習與回饋；另並挑選這兩年礙於進度與學生程度無法完整學習的單元或課程，利用資優班學生課內加速或課外延伸學習的時間，進行完整的課程設計與討論（如下表一）。

合上課程	配合課程/進度	作業	上課地點
1 摺紙學無理數 I	B3C2 勾股定理	學習單 I	數學教室
2 摺紙學無理數 II	B3C2 勾股定理	學習單 II	數學教室

			發票摺紙作品	
3	摺紙學無理數 III	B3C2 勾股定理	學習單 III 根號 n 螺線作品	數學教室
4	畢氏三元數	B3C2 勾股定理	紀錄單	2F 會議室
5	對稱與正多邊形摺紙	B4C2 幾何圖形與尺規作圖	紀錄單	數學教室
6	GSP 初階課程 I	B4C2 幾何圖形與尺規作圖	紀錄單	電腦教室
7	GSP 初階課程 II	B4C3 三角形的基本性質	數位檔案	電腦教室
外聘課程		配合課程/進度	作業	上課地點
8	GSP 進階課程 I	B4C3 三角形的基本性質	數位檔案	電腦教室
9	GSP 進階課程 II	B4C4 平行	數位檔案	電腦教室
10	幾何的三大性質/變與不變 (GSP)	B4C3 三角形的基本性質	數位檔案、讀書心得	電腦教室
11	規律的尋求 (數學魔術)	B4C1 數列與級數	學習單、讀書心得	2F 會議室
數學分組		配合課程/進度	作業	上課地點
12	摺出畢氏數	B3C4 一元二次方程式	學習單	數學教室
13	摺出黃金/白銀比	B3C4 一元二次方程式	學習單	數學教室
14	等份摺紙探討	B3C4 一元二次方程式 B5C1 相似形	學習單	數學教室
15	摺紙學尺規作圖	B4C2 幾何圖形與尺規作圖	紀錄單	電腦教室

表一：林口國中八年級數學專題課程進度一覽

而「工欲善其事，必先利其器」，為使學生在研究與學習時能有更方便討論的工具，進一步作其餘延伸的學習，特別選定了動態幾何軟體，作為教師教學呈現與學生作業研究的工具，並透過作業回饋或評量方式，讓學生從中學習預定達到之教學目標。

本年度主要選擇國中教材有直接或間接關聯性的六個單元，進行教材設計與實際施作，希望透過筆者的設計與分析，可使有意使用的教師方便

上手，並能針對學生的學習反應進行了解，透過社群互動、專家意見以及學生回饋進行教材的修正。期待藉由此專案的實施，能給預定進行八年級資優生或主題式教學的老師們，提供一套完整而有系統的教材，並藉由網路、成果光碟或手冊的分享，也讓更多有意願使用的老師更加便利與受惠。

四、研究成果

本計畫目前執行的進度如下表二，整體完成約 94%；申請的經費十二萬元，經費核銷 100%，與執行進度相去不大。

		摺紙學 乘法公式	摺紙學 無理數	摺紙學 勾股定理	摺出 畢氏數	摺出黃金 /白銀比	摺紙學 有理數
課前	教材設計	V	V	V	V	V	V
	教案製作						
討論	專家諮詢	V	V	V	V	V	V
	討論修正						
課中	課堂施作	V	V	V	V	V	V
	攝影討論						
實施	學習單	V	V		V	V	
	評量施作						
課後	課後回饋	V	V	V	V	V	V
	分析						
分享	社群分享	V	V	V	V	V	V
	互動						

表二：101 學年度科教專案執行進度一覽

至於已完成施作與修正的教案目前計有「摺紙學乘法公式」、「摺紙學無理數」、「摺出畢氏數」及「摺出黃金/白銀比」課程（如附錄一至四），並分別於新北市林口國中、福營國中、碧華國中及安溪國中等學校資優班，進行教學實作與學習單書寫。至於「摺紙學勾股定理」與「摺紙學有理數」課程（如附錄五、六）雖已施作完畢，但礙於進度，未能同步完成學習單及評量施作，上述課程並已與專家諮詢，且經討論修正如呈現內容。

五、討論及建議（含遭遇之困難與解決方法）

本計畫今年度執行時，所遭遇的困難與安排的解決方法分別如下：

1. 教材信度效度不易評估：由於所實施的教材與學習單，多為筆者自行設計施作，為使相關信度效度更加提升，採以底下兩個方法輔助實施：
 - (1) 藉由專業社群暨專家諮詢提供意見，提高教材的正確性與實用性；
 - (2) 藉由學生施作後的回饋修正教案學習單，確認相關檔案的接受度與可行性；
2. 部份課程無法配合進度實施：由於本學期八年級基本課程每週四節除課本內容，尚有其餘概念與進階題型需補充；另專題課程排定，也需配合其餘課程及活動（如自然合上專題、校外教學或演講）作調整，故擬定相關配套措施如下：
 - (1) 安排於專題課、個別指導施作，除原本預定進行的專題課程，部份延伸內容改於個別指導深入討論，一方面不會耽擱原本進度，另一方面也可於討論完畢後進行發表，如「摺出無理數」課程即經相關討論後延伸投稿校內外科展；
 - (2) 切割實作與討論課程分別實施，如「摺出無理數」第三階段課程即先於課堂完成作品，相關討論於隔週課程再作進行；
3. 學生反應不如預期：部份設計內容因初次設計，無法確認學生接受度與延伸學習的可能性，針對此問題，採取相關措施如下：
 - (1) 於個別指導加強討論互動，確認學生的了解程度與有意願深入研究的課題，如「摺出乘法公式」課程彙整相關延伸概念整理為海報；
 - (2) 鼓勵有興趣深入研究同學個別發表，透過作品的發表可讓討論所得

的結論更為具體，如安排於專題期末報告的「摺出黃金/白銀比」、「摺出畢氏數」、「摺出無理數」等內容；

4. 部份學生無法同步操作與學習

- (1) 搭配實物投影機、大型教具同步學習；
- (2) 結合其他軟體課件對照學習，如羅東高中官長壽老師以及泰北高中藍邦偉老師配合「摺出無理數」協助製作的 GGB 課件，可增進學生了解相關概念；
- (3) 透過小組合作學習模式進行，藉由討論與分組完成作業可增進學生互動，減輕學生完成指定作業的壓力；

透過上述相關調整的方式，讓本計畫在今年執行更加順遂，也期待此專案的持續編撰完成，可以裨益更多想要了解此議題的教師與學生們。



圖 1 資優社群於林口國中



圖 2 明德中學數學週探訪



圖 3 資優社群於北投國中



圖 4 資優社群於山腳國中



圖 5 摺紙工作坊於三峽國教院

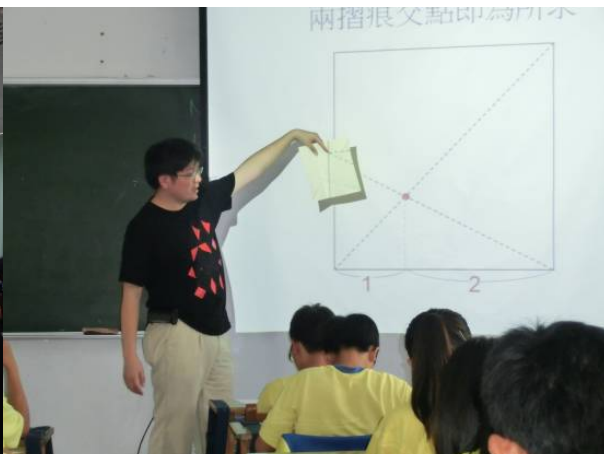


圖 6 「摺出有理數」於琉球國中



圖 7 「摺出無理數」於安溪國中



圖 8 「摺出黃金白銀比」於碧華國中



圖 9 數位創意教學設計徵稿優等獎

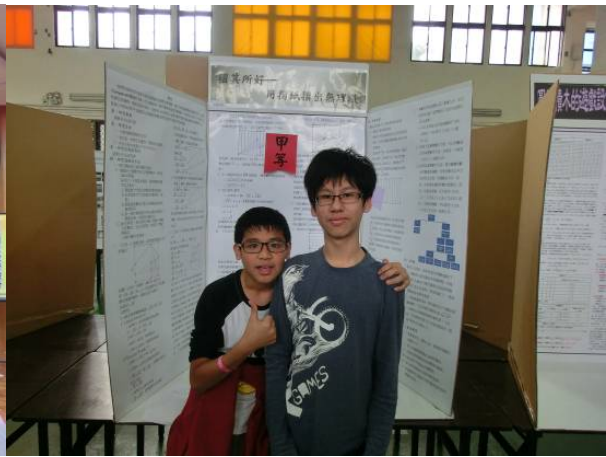


圖 10 新北市科展數學科甲等獎

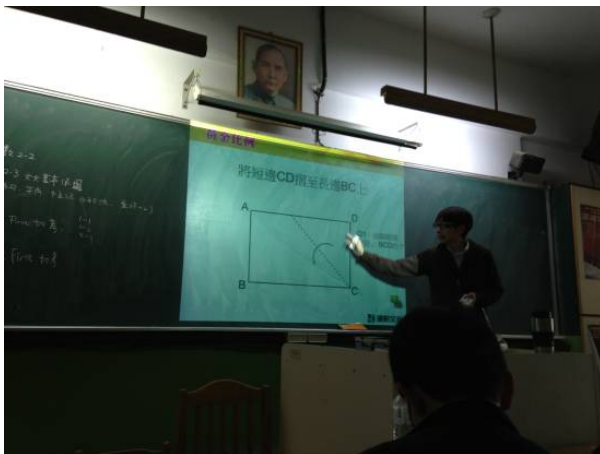


圖 11 「摺出黃金白銀比」教學



圖 12 「黃金/白銀比」課程海報

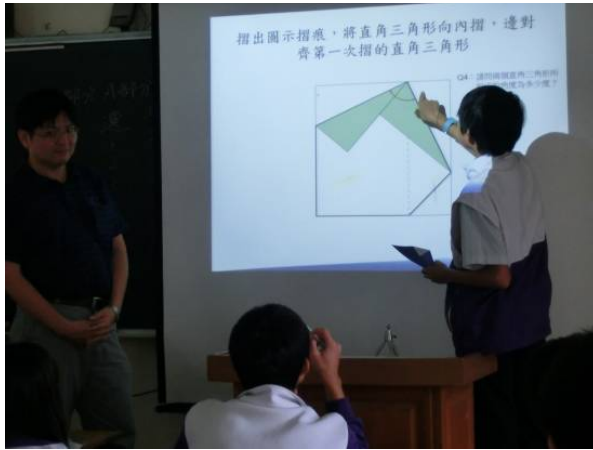


圖 13 「摺出勾股定理」於林口國中



圖 14 「摺紙與數學」講座於北投國中



圖 15 學生以尺規作圖完成黃金螺線



圖 16 安溪數資班根號 n 螺線作品



圖 17 教師指導學生完成正多面體摺紙



圖 18 福營數資班根號 n 螺線作品



圖 19 許志農教授「遊戲與數學」講座



圖 20 陳昭地教授期末報告講評

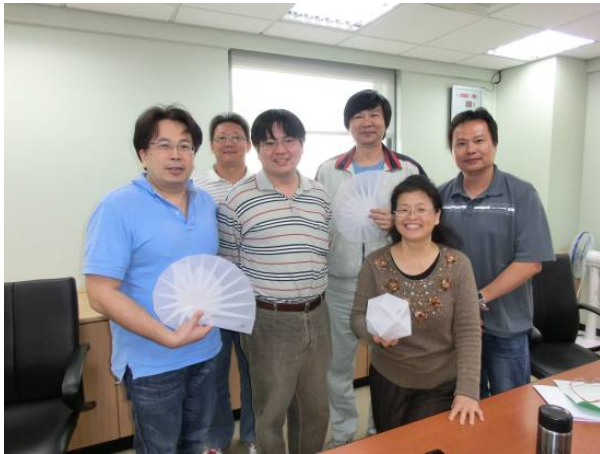


圖 21 自由軟體數學教學應用諮詢會議



圖 22 師大附中彭良禎老師分享



圖 23 興雅國中數學步道與魔術分享



圖 24 原型教材發表會議作品展示